

Komplex 1. Formale Sprachen und Automaten I (10 Punkte)**Aufgabe 1.01****(2 P)**

Benennen Sie die Stufen der Chomsky-Hierarchie und stellen Sie deren Beziehung zueinander graphisch dar.

Aufgabe 1.02**(4 P)**

Geben Sie die Definition für eine Grammatik G an und benennen Sie deren Bestandteile!

Aufgabe 1.03**(4 P)**

Geben Sie eine Typ-2-Grammatik für folgende Sprache an:

Die Sprache enthält alle ungeraden, natürlichen Zahlen > 10000 .

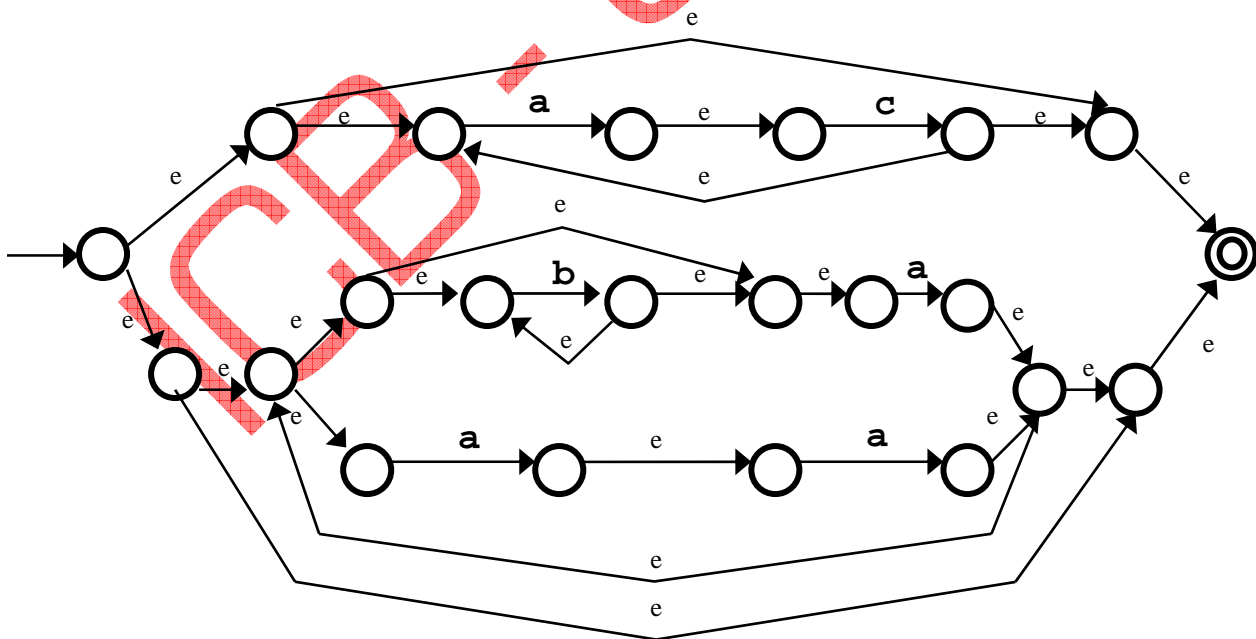
Komplex 2. Formale Sprachen und Automaten II (10 Punkte)**Aufgabe 2.01****(3 P)**

Geben Sie die für reguläre Ausdrücke definierten Operationen an (jeweils Bezeichnung und Notation)!

Aufgabe 2.02**(2 P)**

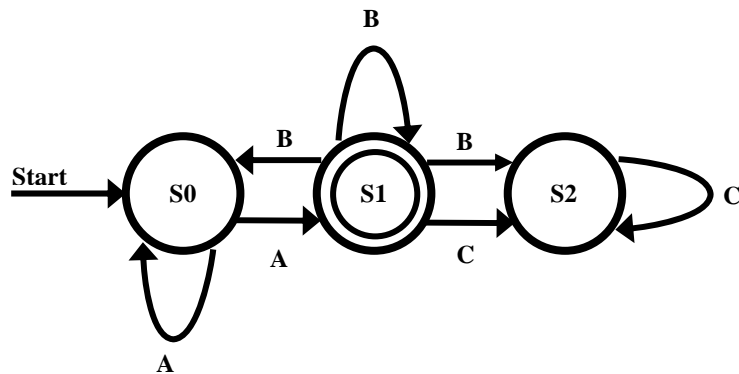
Geben Sie einen äquivalenten regulären Ausdruck zum unten angegebenen NEA an! Mit "e" wird jeweils ein Spontanübergang (=Epsilonübergang) bezeichnet.

Regulärer Ausdruck:



Aufgabe 2.03**(5 P)**

Bestimmen Sie für folgenden NEA einen äquivalenten DEA! Nutzen Sie die Technik der Teilmengenkonstruktion!



Komplex 3. Logik I (10 Punkte)**Aufgabe 3.01****(3 P)**

Geben Sie einen aussagenlogischen Ausdruck in CNF mit folgenden Werteverlauf an:

A	B	C	
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Ergebnis:

Aufgabe 3.02**(3 P)**

Geben Sie den Werteverlauf folgender Operatoren an.

Implikation:

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

NAND:

A	B	$A \text{ NAND } B$
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

OR:

A	B	$A \text{ OR } B$
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

Aufgabe 3.03**(1 P)**

Wie viele Zeilen hat eine Wahrheitstabelle einer booleschen Funktion mit 5 Variablen?

Aufgabe 3.04**(3 P)**

Erstellen Sie den Syntaxbaum für

NOT p OR q AND r → NOT s ↔ u OR v

Komplex 4. Logik II (10 Punkte)**Aufgabe 4.01****(5 P)**

Weisen Sie nach, dass der IMPLIKATION Operator (\rightarrow) unter ausschließlicher Verwendung des NAND Operators nachgebildet werden kann. Beziehen Sie sich dabei auf die Äquivalenzregeln im Anhang B!

ICB - UniDUE

Aufgabe 4.02**(5 P)**

Bestimmen Sie durch Resolution, welche der folgenden Klauselmengen nicht widerspruchsfrei sind! Skizzieren Sie jeweils den Resolutionsbaum.

Hinweis: Falls benötigt, finden Sie die Klauselmengen noch einmal im Anhang A.

(a) $\{ \{ \neg p1, p2, \neg p3 \}, \{ p2, p3 \}, \{ p1 \}, \{ \neg p2 \} \}$

(b) $\{ \{ \neg p1, \neg p2, p3 \}, \{ \neg p1, \neg p2, \neg p3 \}, \{ \neg p1, p2 \}, \{ p1 \} \}$

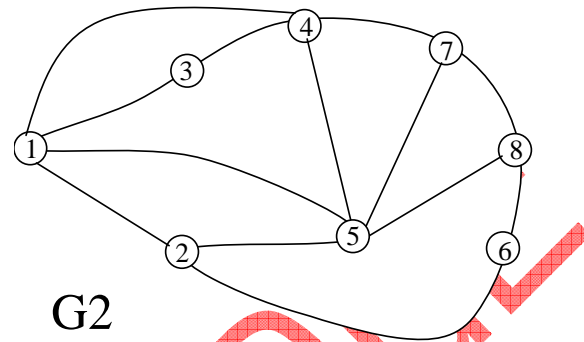
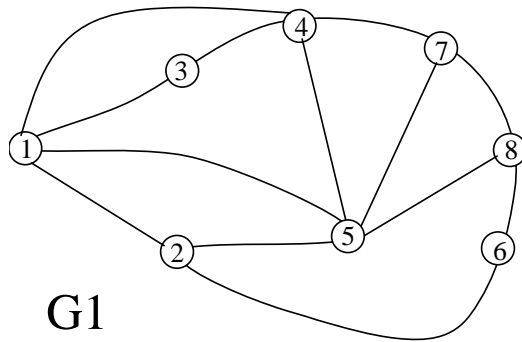
(c) $\{ \{ p1, p2, p3 \}, \{ p2 \}, \{ p1, p2, \neg p3 \}, \{ \neg p1, p2, p4 \}, \{ p2, \neg p4 \} \}$

(d) $\{ \{ \neg p1, \neg p2, p3 \}, \{ p1, \neg p3 \}, \{ p2 \} \}$

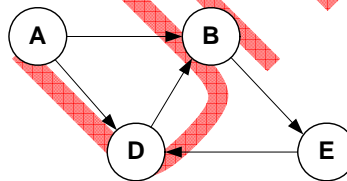
(e) $\{ \{ \neg p1, \neg p2, p3, p4 \}, \{ p1, \neg p2, p4 \}, \{ p4 \}, \{ \neg p4 \}, \{ \neg p1, p4 \}, \{ \neg p4, p7, p9 \} \}$

Komplex 5. Bäume, Graphen und Netzwerke I (10 Punkte)**Aufgabe 5.01****(4 P)**

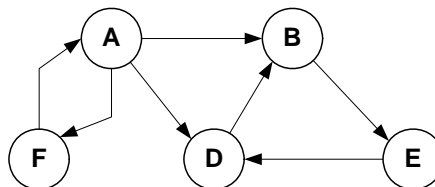
Zeichnen Sie in den Graphen G1 einen DFS-Spannbaum, und in G2 einen BFS-Spannbaum ein. Startknoten ist jeweils der Knoten 1. Geben Sie bei BFS zusätzlich die Tiefe der Knoten im Spannbaum an.

**Aufgabe 5.02****(2 P)**

Ergänzen Sie den unten angegebenen Graphen G so, dass dessen transitive Hülle $H(G)$ entsteht.

**Aufgabe 5.03****(2 P)**

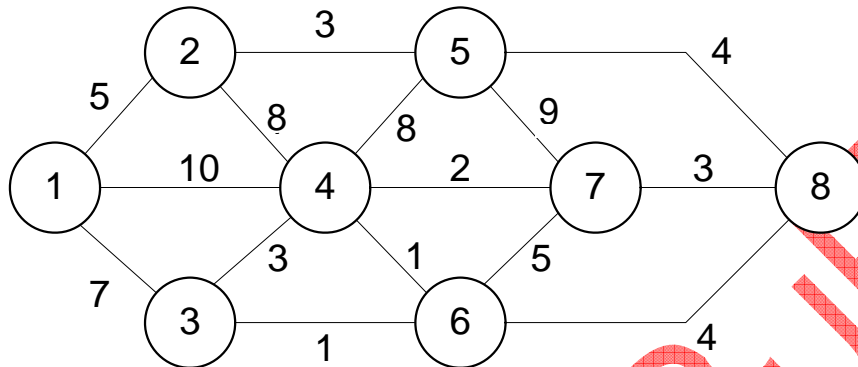
Geben Sie für diesen Graphen die starken Zusammenhangskomponenten an!

**Aufgabe 5.04****(2 P)**

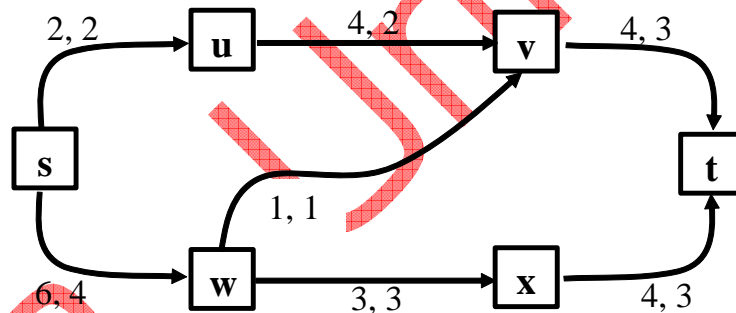
Geben Sie das Kriterium für die Existenz eines Eulerschen Zyklus in einem ungerichteten Multigraphen an!

Komplex 6. Bäume, Graphen und Netzwerke II (10 Punkte)**Aufgabe 6.01****(5 P)**

Bestimmen Sie für den angegebenen Graphen G den minimalen Spannbaum und geben Sie seinen Wert $C(G)$ an!

**Aufgabe 6.02****(5 P)**

Wie groß ist der Wert des Flusses in folgendem Netzwerk? Zeigen Sie mit Hilfe des Max-Flow-Min-Cut Theorems, dass der angegebene Fluß maximal ist!



Komplex 7. Hashing (10 Punkte)**Aufgabe 7.01****(2 P)**

Geben Sie die Sondierfunktion $h_i(s)$ für den i -ten Sondierschritt für lineares und quadratisches Hashing an (wie aus dem Skript bekannt).

(a) Lineares Hashing: $h_i(s) =$

(b) Quadratisches Hashing: $h_i(s) =$

Aufgabe 7.02**(8 P)**

Die Schlüsselmenge S sei durch 7-stellige Zahlen aus dem Bereich $[0000000, 9999999]$ gegeben. Die Hashfunktion ist $h(s) = s \bmod 100$. Bestimmen Sie die Adressen folgender Schlüssel und tragen Sie diese in die Hashtabelle ein. Als Kollisionsauflösungsstrategie ist lineares Sondieren (links) bzw. quadratisches Sondieren (rechts) zu verwenden. Die Schrittweite des Parameters i ist mit 1 gegeben. Erweitern Sie die Tabelle falls nötig.

Hinweis: Falls benötigt, finden Sie weitere Tabellen im Anhang A.

Schlüsselfolge (sequentiell von links nach rechts abarbeiten):

1111112, 2222203, 8888804, 4444403, 9999907, 6666607, 3333303, 0000005, 7777708

Lineares Sondieren

Quadratisches Sondieren

a=h(s)	Schlüssel s
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	

a=h(s)	Schlüssel s
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	

Komplex 8. Petri-Netze I (10 Punkte)**Aufgabe 8.01****(3 P)**

Es sei ein markiertes S/T-Netz gegeben. Ergänzen Sie folgende Aussagen

Eine Transition t_j heißt aktiviert in einer Markierung M , wenn gilt

$$M \geq \dots\dots\dots$$

Das Schalten von t_i führt zu der Folgemarkierung M' . Diese wird berechnet durch

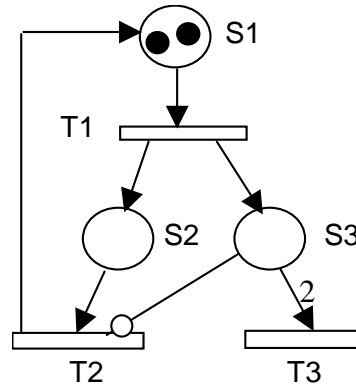
$$M' := \dots\dots\dots$$

Aufgabe 8.02**(3P)**

Zeichnen Sie das aus dem Skript bekannte markierte S/T-Netz für das unbeschränkte Produzenten/Konsumenten-Problem. Geben Sie zwei linear unabhängige S-Invarianten für das von Ihnen erstellte S/T-Netz an. Verwenden Sie die Summenschreibweise.

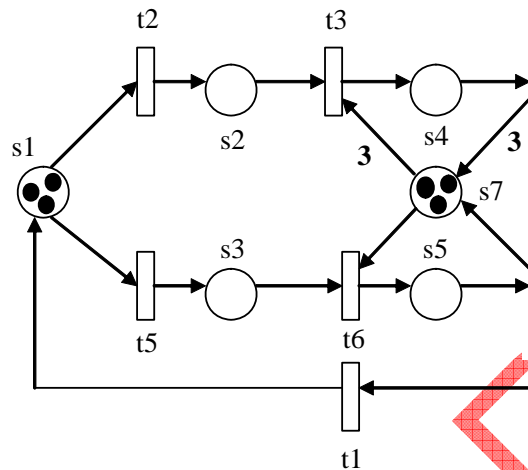
Aufgabe 8.03**(4 P)**

Erstellen Sie den Erreichbarkeitsgraphen für folgendes S/T-Netz mit der Startmarkierung $M_0 = (2,0,0)$. (Beachten Sie die Verbotskante!).



Komplex 9. Petri-Netze II (10 Punkte)**Aufgabe 9.01****(8 P)**

Bestimmen Sie ohne Rechnung zwei linear unabhängige S-Invarianten und zwei linear unabhängige T-Invarianten für das aus dem Skript bekannte S/T-Netz und tragen Sie diese in das unten vorgegebene Schema ein! Beachten Sie bitte, dass zwei der Kanten das Gewicht 3 haben!



S-Invarianten (in Vektorschreibweise, d.h. Angabe als 7-Tupel)

1	2	3	4	5	6	7

T-Invarianten (in Vektorschreibweise, d.h. Angabe als 7-Tupel)

1	2	3	4	5	6	7

Aufgabe 9.02**(2 P)**

Wann nennt man ein B/E-Netz widerspruchsfrei?

Komplex 10. Stochastische Modelle (10 Punkte)**Aufgabe 10.01****(2 P)**

Stochastische Petrinetze: Geben Sie die formale Definition eines stochastischen Petrinetzes (SPN) an und benennen Sie dessen Bestandteile!

Aufgabe 10.02**(6 P)**

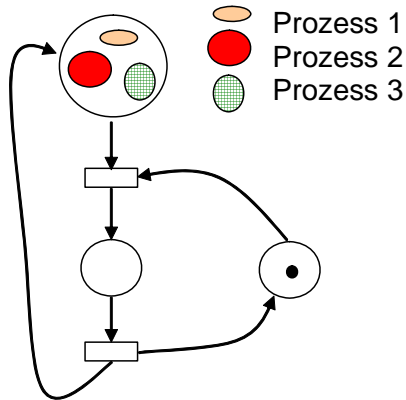
Das Beispiel „Gambler’s Ruin“ kann durch eine zeitdiskrete Markovkette dargestellt werden. Das Startkapital zum „Zeitpunkt“ $t = 0$ sei $K = 2$ Euro, der Gewinn bzw. Verlust von 1 Euro pro Spiel tritt ein mit Wahrscheinlichkeit $p = q = 0.5$. Bei Erreichen von 0 Euro bzw. 4 Euro ist das Spiel beendet. Stellen Sie das Zustandsübergangsdiagramm für die zugehörige zeitdiskrete Markovkette auf! Berechnen Sie die Zustandsverteilungen für die Zeitpunkte $t = 1$ und $t = 2$!

Aufgabe 10.03**(2 P)**

Berechnen Sie die ersten 4 Werte x_1, x_2, x_3, x_4 des Lehmer’schen Zufallszahlengenerators, der durch die Parameter $a=5, c=3, m=11$ und $x_0=7$ definiert ist.

Komplex 11. Automaten u. formale Sprachen / Petrinetze (10 Punkte)**Aufgabe 11.01****(5 P)**

Entfalten Sie dieses „Farbige Petri-Netz“ mit 4 unterschiedlichen Arten von Token in ein gleichwertiges Standard-S/T-Netz (mit nur einer einzigen Tokenart).



Farbiges Petri-Netz
(Colored Petri Net)

Aufgabe 11.02**(5 P)**

Geben Sie einen vollständig definierten DEA an, der ausschließlich folgende Wörter akzeptiert:

der, die, das, dies, dieb

Das Eingabealphabet E besteht aus den Zeichen des deutschen Alphabets in Kleinbuchstaben von a bis z.

Anhang A

Weitere Tabellen und Hilfsmittel.

Kennzeichnen Sie, ob eine eventuelle Lösung gewertet werden soll.

(Hier noch mal Aufgabe 4.02 zur Reinschrift, falls nötig.)

Hinweis: Falls benötigt, finden Sie die Klauselmengen noch einmal im Anhang A.

(a) $\{ \{ \neg p_1, p_2, \neg p_3 \}, \{ p_2, p_3 \}, \{ p_1 \}, \{ \neg p_2 \} \}$

(b) $\{ \{ \neg p_1, \neg p_2, p_3 \}, \{ \neg p_1, \neg p_2, \neg p_3 \}, \{ \neg p_1, p_2 \}, \{ p_1 \} \}$

(c) $\{ \{ p_1, p_2, p_3 \}, \{ p_2 \}, \{ p_1, p_2, \neg p_3 \}, \{ \neg p_1, p_2, p_4 \}, \{ p_2, \neg p_4 \} \}$

(d) $\{ \{ \neg p_1, \neg p_2, p_3 \}, \{ p_1, \neg p_3 \}, \{ p_2 \} \}$

(e) $\{ \{ \neg p_1, \neg p_2, p_3, p_4 \}, \{ p_1, \neg p_2, p_4 \}, \{ p_4 \}, \{ \neg p_4 \}, \{ \neg p_1, p_4 \}, \{ \neg p_4, p_7, p_9 \} \}$

Weitere Tabellen und Hilfsmittel.

Kennzeichnen Sie, ob eine eventuelle Lösung gewertet werden soll.

(Hier noch mal Aufgabe 7.02 zur Reinschrift, falls nötig.)

a=h(s)	Schlüssel s
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	

a=h(s)	Schlüssel s
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	

ICB - UniDUE

ICB - UniDUE

ICB - UniDUE

ANHANG B**Äquivalenzen**

- | | | |
|-----|--|---|
| 1. | $A \wedge 0 \equiv 0$ | Neutralität der Konjunktion |
| 2. | $A \wedge 1 \equiv A$ | Identität der Konjunktion |
| 3. | $A \vee 0 \equiv A$ | Identität der Disjunktion |
| 4. | $A \vee 1 \equiv 1$ | Neutralität der Disjunktion |
| 5. | $A \wedge A \equiv A$ | Idempotenz der Konjunktion |
| 6. | $A \vee A \equiv A$ | Idempotenz der Disjunktion |
| 7. | $A \wedge \neg A \equiv 0$ | Kontradiktion |
| 8. | $A \vee \neg A \equiv 1$ | Tautologie |
| 9. | $\neg \neg A \equiv A$ | Doppelte Negation |
| 10. | $A \wedge B \equiv B \wedge A$ | Kommutativität der Konjunktion |
| 11. | $A \vee B \equiv B \vee A$ | Kommutativität der Disjunktion |
| 12. | $A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ | Distributivität der Konjunktion |
| 13. | $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ | Distributivität der Disjunktion |
| 14. | $A \wedge (A \vee B) \equiv A$ | Absorptionsgesetz |
| 15. | $A \vee (A \wedge B) \equiv A$ | Absorptionsgesetz |
| 16. | $A \vee (\neg A \wedge B) \equiv A \vee B$ | Absorptionsgesetz |
| 17. | $A \wedge (\neg A \vee B) \equiv A \wedge B$ | Absorptionsgesetz |
| 18. | $\neg (A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$ | de Morgansches Gesetz |
| 19. | $\neg (A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$ | de Morgansches Gesetz |
| 20. | $(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B) \equiv A$ | |
| 21. | $(A \vee B) \wedge (A \vee \neg B) \equiv A$ | |
| 22. | $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$ | Umwandlung von \rightarrow in \vee und \neg |
| 23. | $A \leftrightarrow B \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ | Eliminierung von „Doppelpfeilen“ |
| 24. | $(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg C) \vee (B \wedge C) \equiv (A \wedge \neg C) \vee (B \wedge C)$ | |
| 25. | $(A \vee B) \wedge (A \vee \neg C) \wedge (B \vee C) \equiv (A \vee \neg C) \wedge (B \vee C)$ | |

Kommentare zu ausgewählten Aufgaben

Zu Aufgaben 1 und 2: Hier muss das Skript reichen.

Zu Aufgabe. 3.01: Erzeugung CNF-Ausdruck

Ist im Skript auf Folie 2-52 erläutert.

Zu Aufgabe 4: Auch hier muss das Skript reichen.

Zu Aufgaben 5-7 : Bäume, Graphen, Netzwerke, Hashing

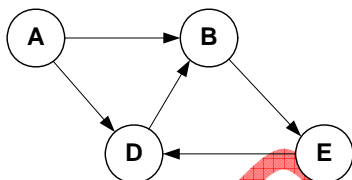
Hier wurden viele Punkte „verschenkt“. Hier noch mal ein Schnellekurs zu einigen der Themen.

Zu Aufgabe 5.01: Graphdurchlauf

Bei DFS waren einfach die Kanten geeignet zu markieren, evtl. noch mit Nummerierung der Durchlaufreihenfolge zu versehen. Bei BFS waren die Knoten mit ihrer Tiefe zu versehen, d.h. falls Knoten 1 die Tiefe 0 hat, dann haben die Knoten 2, 3, 4 und 5 die Tiefe 1; Knoten 6, 7 und 8 haben die Tiefe 2, weil sie in einem Schritt von Knoten der Tiefe 2 erreichbar sind.

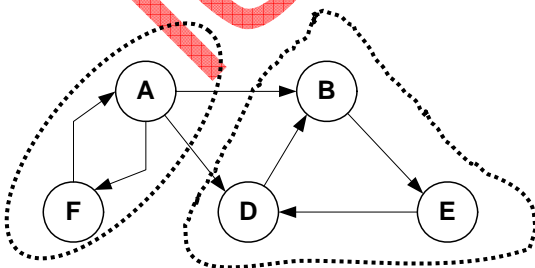
Zu Aufgabe 5.02: Transiente Hülle

Leider von > 50% der Teilnehmer nicht richtig gelöst.



B, D und E sind gegenseitig erreichbar, d.h. mache paarweise Doppelkanten zwischen B, D und E. Was ist mit A? Von A kommt man auch zu E, deswegen mache Kante von A nach E. Fertig!

Zu Aufgabe 5.03: Starker Zusammenhang



Noch eine Trivialaufgabe. Welche Knoten sind gegenseitig erreichbar? A, F und B, D, E! Am besten umkreisen (s. o.), dann sind auch die Kanten dabei. Zusammenhangskomponenten sind nämlich Teilgraphen, deswegen gehören die Kanten dazu.

Zu Aufgabe 5.04: Kriterium für Existenz eines Eulerzyklus

Ein Existenzkriterium („Alle Knotengrade sind gerade“) ist was anderes als eine Definition („Jede Kante genau einmal durchlaufen“). Anzahl der korrekten Antworten: << 50% .

Zu Aufgabe 6.01:

Bei „minimaler Spannbaum“ nimmt man den Greedy-Algorithmus nach Kruskal „Nimm immer billigste Kante, aber nur wenn kein Zyklus entsteht“! Zu viele Teilnehmer haben hier die falsche Schublade gezogen und kürzeste Wege à la Dijkstra gesucht.

Zu Aufgabe 7.02: Hashing

Modulo 100 ist leicht zu rechnen (auch wenn man in der Praxis den Modul natürlich sehr groß und mit möglichst wenigen Teilern wählt); der errechnete Wert ist die Adresse(!) und wird natürlich nicht(!) in die Tabelle eingetragen. Eingetragen wird der Schlüssel s, und zwar in der Spalte, die mit „Schlüssel s“ bezeichnet ist!

Zu Aufgaben 8, 9 und 10: Hier muss das Skript reichen

Zu Aufgabe 11.01: Entfaltung

Das ist das wechselseitige Ausschlussproblem für 3 Prozesse. Im Skript ist das für 2 Prozesse gezeigt (vgl. Folie 4-79).

Zu Aufgabe 11.02: Vollständiger DEA

Das wurde sehr oft richtig gemacht, allerdings wurde auch oft ein partieller DEA gezeichnet. Bei fehlenden Kanten in den Sackgassenzustand wurden dann nur 4 bzw. 4.5 statt 5 Punkte vergeben, vgl. auch Folie 1-41 und den Eintrag in der Errata-Liste zum Skript.

Fazit: Viel Teilnehmer hatten es offensichtlich bis zum Klausurtermin nicht geschafft die Fülle des Stoffes einzusortieren. Die einzelnen Themen sind meist sehr einfach, aber die Vielfalt erfordert einen entsprechenden zeitlichen Aufwand zum Üben und zur „Gewöhnung“ an diese grundlegenden Konzepte.

BMC, 21.2.2006